№ 11.1

11-03

$\frac{1}{2021}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\dots+\frac{1}{2021}\right) \vee \frac{1}{2022}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\dots+\frac{1}{2022}\right)$ домножим

обе части на 2022 и т.к $2022>0$, то

знак не меняется.

$\frac{2022}{2021}\cdot\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\dots+\frac{1}{2021}\right) \vee 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\dots\frac{1}{2021}+\frac{1}{2022}$.

$\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\dots+\frac{1}{2021}\right)\cdot\left(\frac{2022}{2021}-1^{(2021)}\right) \vee \frac{1}{2022}$.

75

$\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\dots+\frac{1}{2021}\right)\cdot\frac{1}{2021} \vee \frac{1}{2022}$ -домножим

обе части на 2021, т.к $2021>0$, значит

знак неравенства сохранится.

$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\dots+\frac{1}{2021} \vee \frac{2021}{2022}$.

$\frac{2021}{2022}<1$, а в левой части неравенства

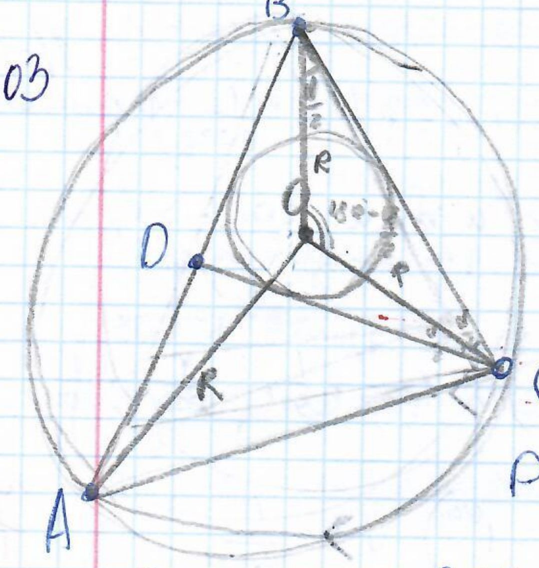
к единице прибавляют положит. числа, значит

левая часть больше.

Ответ: $\frac{1}{2021}\cdot\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\dots+\frac{1}{2021}\right) > \frac{1}{2022}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\dots+\frac{1}{2022}\right)$

№ 11.3.

11-03



Дано: т. O – центр вписанной в $\triangle CBD$ и описанной около $\triangle ABC$ окружностей. CD – биссектриса.

Найти: $\angle A, \angle B, \angle C$.

Решение:

Пусть $\angle BCD = \varphi$, значит $\angle DCA = \varphi$. Центр вписанной в $\triangle$ окружности является точкой пересечения биссектрис $\triangle$. Значит BO и CO биссектрисы $\angle B$[illegible] и $\angle BCO$ соотв. ~~значит~~ Тогда $\angle BCO = \frac{\varphi}{2}$. $\triangle BOC$ равнобедренный ($BO = OC = R$), значит $\angle OBC = \angle BCO = \frac{\varphi}{2}$.

$\Rightarrow \angle B = 2\angle OBC = 2 \cdot \frac{\varphi}{2} = \varphi$

$\angle BOC = 180° - \angle OBC - \angle BCO = 180° - \frac{\varphi}{2} - \frac{\varphi}{2} =$
$= 180° - \varphi$.

$\angle A$ опирается на ту же дугу, что и ~~угол~~ $\angle BOC$. $\angle BOC$ - центральн.

$\smile BC = \angle BOC$.

$\angle A = \frac{1}{2} \smile BC = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{180-\varphi}{2} = 90^\circ - \frac{\varphi}{2}$ 11-03

$\angle C = 2\angle BCD = 2\cdot\varphi$

$\angle A + \angle C + \angle B = 180^\circ$

$90 - \frac{\varphi}{2} + 2\varphi + \varphi = 180^\circ$

$\frac{4\varphi + 2\varphi - \varphi}{2} = 90^\circ$

7б

$5\varphi = 180^\circ$

$\varphi = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ$

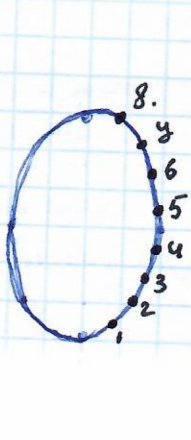
$\angle B = \varphi = 36^\circ$

$\angle C = 2\varphi = 2\cdot 36^\circ = 72^\circ$

$\angle A = 90^\circ - \frac{\varphi}{2} = 90^\circ - \frac{36}{2} = 72^\circ$

Ответ: $\angle A = 72^\circ$; $\angle B = 36^\circ$; $\angle C = 72^\circ$.

№ 11.5.



Предположим, что 1-й бежит быстрее всех. Тогда он обгонит всех, что перед ним, за это получит 7б, но

раньше всех финиширует и те,
кого он обогнал, обгонят 1-го и
у 1-го бегуна вычтут 7б. В итоге
он получит 0 баллов.
Если второй будет бегать быстрее
всех, то он обгонит всех бегунов
перед ним и 8-го и в итоге
1б
получит 7 баллов. Но финиширо-
вав, его обгонят бегуны с 3-го по
8-й и у 2-го бегуна вычтут
6 баллов. В сумме он получает 1
балл.
Такая закономерность работает с
каждым бегуном. Каждый последующий
бегун, если бежит быстрее всех,
то получает на 1 б. выше, чем
предыдущий номер.
Значит если быстрее всех будет
бегать №8, то он всех обгонит,
но его никто. Значит он получит 7б.
Ответ: 7 баллов.

№ 11. 4

Поле 4х4. Всего ходов можно сделать **16**. 1- начинающий, 2-его партнер. 11-03

1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 1 2 ← 16-й ход совершает партнер. Т.к каждый ход у игроков правильный, 15-й ход делает начинающий и этот ход правильный. На 16-й ход у партнера не осталось выбора и он закрашивает последнюю клетку, а т.к у начинающего ход был правильный, значит он побеждает. 0б

Ответ: начинающий.

№ 11. 2

$$2x^2 + y^2 = 2xy + 3y$$

методом подбора одной из пар решением будет (0; 0) 1б

Ответ: (0; 0)